
Л.И. УРУЦКОЕВ,
доктор физ.-мат. наук, профессор,
главный научный сотрудник
E-mail: urleon@yandex.ru
Российская академия народного хозяйства
и государственной службы
при Президенте РФ (РАНХиГС)
Д.В. ФИЛИПОВ,
доктор физ.-мат. наук, профессор
E-mail: filippov-atom@ya.ru
Всероссийская академия внешней торговли
Москва, Российская Федерация

ПОПРАВКА К РАСЧЕТНОМУ ПОТОКУ СОЛНЕЧНЫХ БОРНЫХ (^8B) НЕЙТРИНО, ВОЗНИКАЮЩАЯ ПРИ УЧЕТЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ СОЛНЦА

Показано, что учет электрического поля Солнца приводит к уменьшению вероятности электронного захвата в атомах ^7Be , что в свою очередь приводит к увеличению концентрации ^8B и увеличению расчетного потока солнечных борных нейтрино на $\sim 10\%$.

Ключевые слова: дефицит солнечных нейтрино, электронный захват, изменение вероятности ядерных распадов.

L.I. URUTSKOEV,
Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Principle
Researcher
E-mail: urleon@yandex.ru
The Russian Presidential Academy of National
Economy and Public Administration
D.V. FILIPPOV,
Doctor of Phys.-Mat. Sciences, Professor
E-mail: filippov-atom@ya.ru
Russian Foreign Trade Academy
Moscow, Russian Federation

THE AMENDMENT TO A SETTLEMENT FLUXES OF BORON-8 SOLAR NEUTRINO, ARISING AT THE ACCOUNT OF AN ELECTRIC FIELD OF THE SUN

It is shown, that the account of an electric field of the Sun results in reduction of probability of electronic capture ^7Be , that in turn results in increase in concentration ^8B and to increase in a fluxes of boron solar neutrino by 10% .

Key words: the deficit of solar neutrinos, electron capture, the change in the probability of nuclear decay.

1. Солнечные нейтрино

В настоящее время наблюдение солнечных нейтрино является важным источником информации о свойствах нейтрино (в большей степени, чем свойств Солнца). Стандартная модель солнца [1...4] предполагает, что основное излучение нейтрино происходит в центральной части Солнца за счет цепочки реакций, называемой *pp*-цепочкой. Повышенное внимание уделяется вычислению потока борных (^8B) нейтрино [4], т.к. эти нейтрино дают основной вклад в поток нейтрино высоких энергий и поддаются экспериментальному измерению.

Генерация бериллиевых (^7Be) и борных (^8B) нейтрино происходит в области Солнца от $0,02 R_s$ до $0,1 R_s$ (R_s – радиус Солнца), которая характеризуется следующими параметрами: концентрация электронов $n \sim 6 \times 10^{25} \text{ см}^3$ температура $T \sim 1,56 \times 10^7 \text{ К} \sim 1,3 \text{ кэВ}$. Известно [4], что плазма Солнца не является полностью ионизованной. Действительно, для качественной оценки степени ионизации плазмы в солнечном ядре воспользуемся формулой Саха:

$$\frac{n_i}{n_a} = 2 \frac{q_i}{q_a} \left(\frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_e} \exp\left(-\frac{I}{T}\right), \quad (1)$$

где n_p , n_a и q_p , q_a – соответственно концентрации ионов и атомов и их статистические веса; I – потенциал ионизации, m_e – масса электрона; \hbar – постоянная Планка. Подстановка в (1) параметров центральной части Солнца приводит к значению предэкспоненциального множителя ~ 6 , что указывает на неполную ионизацию плазмы. Следовательно, e -захват ${}^7\text{Be}$ (в нейтральном состоянии $T_{1/2} = 53,12$ дн.) происходит не только за счет свободных плазменных электронов, но частично за счет связанных электронов. Относительная доля e -захвата связанных электронов к захвату свободных электронов определена в [4] и составляет $f_b \sim 0,2$, а отношение канала протонного захвата к электронному захвату $\sim 10^{-3}$.

2. Зависимость потока борных нейтрино от равновесной концентрации атомов бериллия

Согласно стандартной модели Солнца, расход ядер ${}^7\text{Be}$ осуществляется главным образом по каналу электронного захвата:



а вклад канала протонного захвата



мал. Пусть P_{Be} – количество появляющихся ядер ${}^7\text{Be}$ в единицу времени за счет реакции:



$\lambda_{\text{Be}}^{(e)}$ и $\lambda_{\text{Be}}^{(p)}$ – постоянные распада ${}^7\text{Be}$ соответственно по каналу захвата электрона (2) или протона (3); λ_{B} – постоянная позитронного β -распада ${}^8\text{B}$:



N_{Be} и N_{B} – концентрации ядер ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$; q_{Be} и q_{B} – потоки бериллиевых и борных нейтрино. Тогда, в условиях равновесия получаем соотношения:

$$\begin{aligned} P_{\text{Be}} &= (\lambda_{\text{Be}}^{(e)} + \lambda_{\text{Be}}^{(p)}) N_{\text{Be}}, \\ \lambda_{\text{Be}}^{(p)} N_{\text{Be}} &= \lambda_{\text{B}} N_{\text{B}}, \\ q_{\text{Be}} &= \lambda_{\text{Be}}^{(e)} N_{\text{Be}}, \\ q_{\text{B}} &= \lambda_{\text{B}} N_{\text{B}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Учитывая, что $\lambda_{\text{Be}}^{(p)}/\lambda_{\text{Be}}^{(e)} \sim 10^{-3}$, получаем соотношение между потоками бериллиевых и борных нейтрино и плотностью рождающихся ядер бериллия:

$$q_{\text{Be}} = \left(1 + \frac{\lambda_{\text{Be}}^{(p)}}{\lambda_{\text{Be}}^{(e)}} \right)^{-1} P_{\text{Be}} \approx P_{\text{Be}},$$

$$q_{\text{B}} = \left(\frac{\lambda_{\text{Be}}^{(p)}}{\lambda_{\text{Be}}^{(e)} + \lambda_{\text{Be}}^{(p)}} \right) P_{\text{Be}} \approx \left(\frac{\lambda_{\text{Be}}^{(p)}}{\lambda_{\text{Be}}^{(e)}} \right) P_{\text{Be}}. \quad (7)$$

Вероятность e -захвата из связанного состояния пропорциональна плотности электронов на ядре. Далее будет показано, что внешнее электрическое поле уменьшает плотность атомных электронов на ядре. Следовательно, под воздействием внешнего электрического поля, на величину $\Delta\lambda_{\text{Be}}^{(e)}$ уменьшается $\lambda_{\text{Be}}^{(e)}$ вероятность электронных захватов из связанных состояний электронов атомов ${}^7\text{Be}$. Из соотношений (6) и (7) следует, что уменьшение вероятности электронного захвата ${}^7\text{Be}$ не изменит поток бериллиевых нейтрино, но приведет к увеличению равновесной концентрации N_{Be} ядер ${}^7\text{Be}$ и, соответственно, к увеличению равновесного концентрации N_{B} ядер ${}^8\text{B}$ и, как следствие, к увеличению потока борных нейтрино на величину:

$$\frac{\Delta q_{\text{B}}}{q_{\text{B}}} = \frac{|\Delta\lambda_{\text{Be}}^{(e)}|}{\lambda_{\text{Be}}^{(e)}}. \quad (8)$$

3. Изменение вероятности электронного захвата во внешнем электрическом поле

Определим изменение вероятности электронного захвата под действием внешнего однородного постоянного электрического поля. Далее будем пользоваться релятивистскими единицами $\hbar = m_e = c = 1$, где c – скорость света в вакууме, единица напряженности электрического поля $1,13 \times 10^{17}$ В/м = $3,77 \times 10^{12}$ СГС.

Хорошо известно [5], что в нерелятивистском случае уравнение Шредингера для электрона в электрическом поле, которое является суперпозицией центрального кулоновского поля ядра и внешнего постоянного однородного электрического поля напряженности E , допускает разделение переменных при использовании параболических координат (ξ, η, φ) . Для электрона энергии W , описываемого волновой функцией ψ , делаем обычную для этой задачи замену:

$$\psi(\xi, \eta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \psi_0 k^{3/2} f(k\xi) g(k\eta) \cdot e^{im\varphi}, \quad (9)$$

$$k = \sqrt{-2W},$$

где функции f и g нормированы:

$$\int_0^\infty f^2(u) du = \int_0^\infty g^2(u) du = 1. \quad (10)$$

Из условия нормировки $\int \psi^2 dV = 1$ получаем:

$$\psi_0 = F^{-1/2},$$

$$F \equiv \frac{1}{2} \int_0^{\infty} u f^2(u) du + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} u g^2(u) du. \quad (11)$$

Уравнение Шредингера приводится к системе:

$$\begin{aligned} (\hat{H} + \hat{V})f(u) &= C_f f(u), \\ (\hat{H} - \hat{V})g(u) &= C_g g(u), \end{aligned} \quad (12)$$

с условием

$$C_f + C_g = \frac{\alpha Z}{k}, \quad (13)$$

где α – постоянная тонкой структуры, Z – заряд ядра (в единицах заряда электрона),

$$\begin{aligned} \hat{H} &\equiv -\frac{d}{du} \left(u \frac{d}{du} \right) + \frac{u}{4} + \frac{m^2}{4u}, \\ \hat{V} &\equiv \frac{E\sqrt{\alpha}}{4k^3} u^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Для слабого внешнего поля решаем систему (12) стандартными методами теории возмущений [5] (во втором порядке теории возмущений для всех функций: $Y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + \frac{1}{2} Y^{(2)}$). При этом считаем энергию W фиксированным параметром. Возмущение строим по собственным значениям C (13), малым возмущающим параметром считаем V (14). Зависимость энергии W и волнового числа k от напряженности внешнего поля E получается из условия связи (13). При расчете функции распределения нужно учесть, что под действием возмущения меняются: волновое число k , функции f , g и множитель ψ_0 (11). Известно [5], что невозмущенными (в отсутствии внешнего поля E) решениями (12) являются:

$$\begin{aligned} f_{n_1}^{(0)}(u) &= I_{n_1+m, n_1}(u), \\ g_{n_2}^{(0)}(u) &= I_{n_2+m, n_2}(u), \\ C_{f,g}^{(0)} &= n_{1,2} + \frac{1}{2}(m+1), \end{aligned} \quad (15)$$

где $n_{1,2}$ – параболические квантовые числа, $I_{n+m,n}$ – нормированные функции

$$I_{n+m,n}(u) = \sqrt{\frac{n!}{(n+m)!}} e^{-\frac{1}{2}u} u^{\frac{m}{2}} L_n^{(m)}(u),$$

выраженные через полиномы Лагерра $L_n^{(m)}$ (здесь и далее в выражениях для f и g под n будем понимать, соответственно, параметры n_1 или n_2). Для невозмущенного состояния условие связи (13) дает спектр:

$$C_f^{(0)} + C_g^{(0)} = n_1 + n_2 + m + 1 = N, \quad (16)$$

$$k^{(0)} = \frac{\alpha Z}{N}, \quad F^{(0)} = N,$$

где N – главное квантовое число невозмущенного состояния.

Точные решения системы с возмущением (12) раскладываем по невозмущенным функциям $I_{n+m,n}$, которые образуют ортонормированный базис при различных n и фиксированном m . Для вычисления изменения вероятности разрешенного электронного захвата необходимо определить изменение ненулевой плотности электронов на ядре, поэтому будем рассматривать состояния с $m=0$. Первые два порядка теории возмущений дают [5]:

$$\begin{aligned} C_n^{(1)} &= V_{nn}, \\ C_n^{(2)} &= 2 \sum_{l \neq n} \frac{V_{nl}^2}{(n-l)}, \end{aligned} \quad (17)$$

для f :

$$\begin{aligned} f_n^{(1)} &= \sum_{l \neq n} \frac{V_{nl}}{(n-l)} I_{l,l}, \\ f_n^{(2)} &= 2 \sum_{l \neq n} \left[\sum_{s \neq n} \frac{V_{sn} V_{sl}}{(n-s)(n-l)} - \frac{V_{nn} V_{nl}}{(n-l)^2} \right] I_{l,l} - \\ &\quad - \sum_{s \neq n} \frac{V_{ns}^2}{(n-s)^2} I_{n,n}, \end{aligned} \quad (18)$$

выражения для g аналогичны. В (17) и (18) введены матричные элементы:

$$V_{nn'} \equiv \int f_n^{(0)*} \hat{V} f_{n'}^{(0)} du = \pm U \int u^2 I_{n,n} I_{n',n'} du, \quad (19)$$

где знак «+» относится к f , а «-» к g ,

$$U = \frac{1}{4} \frac{E\sqrt{\alpha}}{k^3}. \quad (20)$$

В (19) отличны от нуля только члены с $|n' - n| \leq 2$. Второй порядок возмущения функции f в (18) выбран так, что сохраняется нормировка (10).

Наибольшей плотностью на ядре обладает первый квантовый уровень $1s$ ($N = 1$, $n_1 = n_2 = 0$). Для этого уровня из (17) и (18) получаем следующие изменения:

$$\begin{aligned} f_0^{(1)} &= -g_0^{(1)} = U(4I_{1,1} - I_{2,2}), \\ f_0^{(2)} &= g_0^{(2)} = \\ &= U^2(-17I_{0,0} - 128I_{1,1} + 100I_{2,2} - 40I_{3,3} + 6I_{4,4}), \end{aligned} \quad (21)$$

$$C_f^{(1)} = -C_g^{(1)} = 2U, \quad C_f^{(2)} = C_g^{(2)} = -36U^2.$$

Из соотношений (13) и (11) получаем:

$$k^{(1)} = -\frac{\alpha Z}{N^2} (C_f^{(1)} + C_g^{(1)}) = 0,$$

$$k^{(2)} = \frac{2\alpha Z}{N^3} (C_f^{(1)} + C_g^{(1)})^2 - \frac{\alpha Z}{N^2} (C_f^{(2)} + C_g^{(2)}) = 72U^2 \alpha Z,$$

$$F^{(1)} = \int_0^\infty (f^{(0)} f^{(1)} + g^{(0)} g^{(1)}) u du = 0,$$

$$F^{(2)} = 2U^2 \int_0^\infty [(-17I_{0,0} - 128I_{1,1})I_{0,0} + (4I_{1,1} - I_{2,2})^2] u du = 360U^2. \quad (22)$$

Расчет всех интегралов, содержащих произведения полиномов Лагерра производится стандартным образом [5]: в подынтегральном произведении одна из функций представляется в виде ряда, а другая в виде дифференциального представления, после чего производится интегрирование по частям.

Подстановка полученных изменений в (9) приводит к следующему результату: в первом порядке теории возмущений плотность электронов на ядре не меняется, а во втором порядке изменение плотности основного состояния электрона $\rho = \psi^2(0)$ на ядре под действием внешнего электрического поля составляет:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\rho}{\rho} &= \frac{f^{(2)}}{f^{(0)}} + \frac{g^{(2)}}{g^{(0)}} + \left(\frac{f^{(1)}}{f^{(0)}} \right)^2 + \\ &= 4 \frac{f^{(1)}}{f^{(0)}} \frac{g^{(1)}}{g^{(0)}} + \left(\frac{g^{(1)}}{g^{(0)}} \right)^2 + \frac{3k^{(2)}}{2k^{(0)}} - \frac{1}{2} \frac{F^{(2)}}{F^{(0)}} = \\ &= -248U^2 = -\frac{31}{2} \frac{E^2}{\alpha^5 Z^6}. \end{aligned} \quad (23)$$

Следовательно, во внешнем электрическом поле плотность атомных электронов и, соответственно, вероятность e -захвата уменьшаются.

4. Изменение потока борных нейтрино

Условием применимости теории возмущений является условие малости возмущения энергии по сравнению с разностью энергий невозмущенных уровней [5] (для бериллия $Z = 4$):

$$E \ll \alpha^{5/2} Z^3 \sim 3 \times 10^{-4} \sim 10^9 \text{ СГС}. \quad (24)$$

Граничная энергия процессов электронного захвата и позитронного β -распада зависит от энергии ионизации электронной оболочки атома [6...8]. Однако, в рассматриваемом случае (25) энергии Q электронного захвата ${}^7\text{Be}$ (862 кэВ и 384 кэВ) и энергии позитронного распада ${}^8\text{B}$ (~ 14 МэВ) велики по сравнению с изменениями энергий ΔI соответствующих атомов ($Q \sim 1$). Следовательно, изменения граничных энергий соответствующих реакций несущественны, и постоянная позитронного β -распада бора λ_b не меняется.

В итоге получаем, что учет электрического поля Солнца, приводит к увеличению расчетного количества борных нейтрино на величину:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta q_B}{q_B} &= -\frac{\Delta\lambda_{Be}^{(e)}}{\lambda_{Be}^{(e)}} = -\frac{f_b}{1+f_b} \frac{\Delta\lambda_b^{(e)}}{\lambda_b^{(e)}} = \\ &= \frac{f_b}{1+f_b} \frac{31}{2Z^6} \frac{E^2}{\alpha^5} \sim 3 \times 10^7 E^2. \end{aligned} \quad (25)$$

5. Бароэлектрический эффект

Теория бароэлектрического эффекта [9] указывает на возможность наличия в центральной части солнца (от $0,02 R_s$ до $0,1 R_s$) электрического поля напряженности до 10^8 СГС $= 2,7 \times 10^{-5}$. Электрическое поле такой напряженности согласно (25) приводит к увеличению расчетного потока борных нейтрино на 2 %.

6. Тепловые флуктуации электрического поля

Поскольку изменения (23) квадратичны по электрическому полю E , флуктуации электрического поля также приводят к увеличению расчетного потока солнечных борных нейтрино $\propto \langle E^2 \rangle$. Используя данные о параметрах солнечной плазмы оценим величину тепловых флуктуаций электрического поля. Плазменная частота равна

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m_e}} \sim 4,3 \times 10^{17} \text{ с}^{-1} \sim 5,5 \times 10^{-4},$$

дебаевский радиус:

$$R_D = \sqrt{\frac{T}{4\pi n e^2}} \sim 3,55 \times 10^{-9} \text{ см} \sim 92.$$

Для рассматриваемых температур $T \sim 1,3$ кэВ $\sim 2,5 \times 10^{-3} > \omega_{pe}$ плазма является невырожденной. В этом случае тепловые флуктуации электрического поля составляют [10]:

$$\langle E^2 \rangle \approx \frac{4\pi n e^2}{R_D} = \frac{T}{R_D^3} = \sqrt{\frac{(4\pi n e^2)^3}{T}} \sim 3,27 \times 10^{-9}. \quad (26)$$

Такая величина флуктуаций находится в области применимости результата (25), т.к. $\sqrt{\langle E^2 \rangle} \sim 0,57 \times 10^{-4} < 3 \times 10^{-4}$. Подстановка (26) в (25) в результате дает, что относительное изменение потока борных нейтрино составит

$$\frac{\Delta q_B}{q_B} \sim 3 \times 10^7 E^2 \sim 3 \times 10^7 \times 3,27 \times 10^{-9} \sim 0,1.$$

Расчетный поток борных нейтрино увеличивается на $\sim 10\%$.

7. Выводы

Учет тепловых флуктуаций электрического поля солнечной плазмы приводит к уменьшению

вероятности электронного захвата в атомах ${}^7\text{Be}$ и, следовательно, к уменьшению расхода ядер ${}^7\text{Be}$ в результате реакции электронного захвата. Это, в свою очередь, приводит к увеличению равновесной концентрации ядер ${}^7\text{Be}$. Увеличение равновесной концентрации ядер ${}^7\text{Be}$ приводит к увеличению концентрации ядер ${}^8\text{B}$, и, следовательно, к увеличению расчетного потока борных нейтрино на $\sim 10\%$.

Авторы выражают благодарность А. А. Рухадзе за внимание к работе и плодотворное обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

1. Bahcall J.N., Pinsonneault M.H. What Do We (Not) Know Theoretically about Solar Neutrino Fluxes? *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 92. № 12. P. 121301.
2. Дэвис Р. Полвека с солнечными нейтрино // *УФН*. 2004. Т. 174. № 4. С. 408...417 [Davis R. Nobel Lecture: A Half-Century with Solar Neutrinos. 2002. Nobelprize.org].
3. Bahcall J.N., Pinsonneault M.H., Basu S. Solar Models: current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties. *Astrophys. J.* 2001. Vol. 555. Pp. 990...1012.
4. Bahcall J.N. The ${}^7\text{Be}$ Solar Neutrino Line: A Reflection of the Central Temperature Distribution of the Sun. *Phys. Rev. D.* 1994. Vol. 49. № 8. Pp. 3923...3945.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Том 3. Квантовая механика*. Москва: Физматлит, 2001 [Landau L.D., Lifshitz E.M. *Course of Theoretical Physics. Vol. 3: Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*. New York: Pergamon, 1977].
6. Стародубцев С.В., Романов А.М. *Радиоактивные превращения ядер и атомная оболочка*. Ташкент: АН Узбекской ССР, 1958. 495 с. [Starodubtsev S.V., Romanov A.M. *Radioactive transformations nuclei and nuclear envelope*. Tashkent: Publishing House «Proc. Akad. Uzbek SSR», 1958. 495 p.] (in Russian).
7. Уруцкоев Л.И., Филиппов Д.В. Условие бета-стабильности ядер нейтральных атомов // *УФН*. 2004. Т. 174. № 12. С. 1355...1358 [Urutskoev L.I., Filippov D.V. Beta-Stability condition for the nuclei of neutral atoms. *Physics-Uspekhi*. 2004. Vol. 47. № 12. Pp. 1257...1260].
8. Filippov D.V., Rukhadze A.A., Urutskoev L.I. Effects of atomic electrons on nuclear stability and radioactive decay. *Ann. Fond. L.de Broglie*. 2004. Vol. 29. Hors Serie № 3. Pp. 1207...1217.
9. Григорьев В.И., Григорьева Е.В., Ростовский В.С. Бароэлектрический эффект и электромагнитные поля планет и звезд. Москва: Физматлит, 2003 [Grigoriev V.I., Grigorieva E.V., Rostovsky V.S. *The baroelectric effect and electromagnetic fields in the planets and stars*. Moscow: Publishing House «Fizmatlit», 2003] (in Russian).
10. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. *Лекции по электродинамике плазмopodobных сред*. Москва: Издво МГУ, 1999 [Aleksandrov A.F., Rukhadze A.A. *Lectures on electrodynamics of plasma-like media*. Moscow: Publishing House «MGU», 1999] (in Russian).

Сведения об авторах

Уруцкоев Леонид Ирбекович, доктор физ.-мат. наук, профессор, главный научный сотрудник
E-mail: urleon@ya.ru

Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (РАНХиГС)
119571, Москва, Российская Федерация, пр. Вернадского, 82

Филиппов Дмитрий Витальевич, доктор физ.-мат. наук, профессор
E-mail: filippov-atom@ya.ru

Всероссийская академия внешней торговли
119285, Москва, Российская Федерация, ул. Пудовкина, 4а

Information about authors

Urutskoev Leonid I., Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Leading Researcher
E-mail: urleon@ya.ru

The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration
119571, Moscow, Russian Federation, pr. Vernadskogo, 82

Filippov Dmitry V., Doctor of Phys-Math. Sciences, Professor
E-mail: filippov-atom@ya.ru

Russian Foreign Trade Academy
119285, Moscow, Russian Federation, Pudovkina str, 4a.