Прикладная физика, 2004. №6. с. 5 – 9.

Материалы 11-й Российской Конференции по холодной трансмутации ядер химических элементов и шаровой молнии. М.:НИЦ ФТП «Эрзион», 2004. с. 150 – 160.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПО ПОВОДУ ФОРМУЛЫ ДИРАКА ДЛЯ ЗАРЯДА МАГНИТНОГО МОНОПОЛЯ

Жорж Лошак

Фонд Луи де Бройля, Париж

В работе кратко напоминается доказательство формулы Дирака; обсуждается правомерность вывода о величине магнитного заряда, следующего из рассмотрения Дирака. Оказывается, что заряд монополя не так жестко зафиксирован формулой Дирака, как это принято думать, и его значения могут занимать значительно больший интервал, включая очень маленькие значения.

Формула Дирака

Дирак показал, что если электрический заряд взаимодействует с магнитным монополем, то оба заряда e и g должны быть связаны следующей формулой ([1 – 4]):

$$\frac{eg}{\hbar c} = \frac{n}{2}, \tag{1}$$

где n целое число. Доказательство Дирака основано на калибровочной инвариантности.

Дирак рассматривает движение электрического заряда вокруг неподвижного монополя; мы здесь, наоборот, допустим, что движется монополь, и что электрический заряд представляет собой неподвижный кулоновский центр. Очевидно, что доказательство из-за этого не изменится.

Напомним, что кулоновское электрическое поле неподвижного электрического заряда действует на магнитный монополь через псевдовекторный потенциал **B**:

$$\mathbf{E} = \mathrm{rot}\mathbf{B} = e\frac{\mathbf{r}}{r^3}. \tag{2}$$

Тогда поток поля **E** через элемент поверхности Σ окруженный замкнутой кривой Λ запишется:

$$\iint\limits_{\Sigma}\mathbf{E}d\mathbf{S} = \iint\limits_{\Sigma}\mathrm{rot}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = \oint\limits_{\Lambda}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = e\iint\limits_{\Sigma}\frac{\mathbf{r}}{r^3}d\mathbf{S} = e\iint\limits_{\Sigma}d\Omega\,. \tag{3}$$

Из выражения (3) видно, что поток поля $\mathbf{E}$ через Σ, или интеграл псевдовекторного потенциала $\mathbf{B}$ вдоль Λ есть ни что иное как угол, под которым виден элемент поверхности из кулоновского центра. Это теорема Гаусса. Если теперь сжать кривую Λ в одну точку, уменьшая поверхность вокруг заряда e, получим:

$$\oint\limits_{\Lambda\to 0}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = e\iint\limits_{\Sigma}d\Omega = 4\pi\cdot e\,. \tag{4}$$

Из формулы (4) уже виден один момент, подчеркнутый Дираком: потенциал $\mathbf{B}$, будучи решением уравнения (2), должен иметь сингулярную линию, которая проходит через кулоновский центр, иначе первый интеграл (4) равнялся бы нулю. Теперь допустим, что какое бы не было волновое уравнение, электромагнитное взаимодействие будет описано ковариантной производной:

$$\nabla - i\frac{g}{\hbar c}\mathbf{B} \tag{5}$$

Затем Дирак вводит в волновую функцию неинтегрируемую фазу γ:

$$\Psi = e^{i\gamma}\psi \tag{6}$$

Если к (6) применить оператор (5), то введение фазы γ приводит к введению нового потенциала путем изменения калибровки:

$$\left(\nabla - i\frac{g}{\hbar c}\mathbf{B}\right)\Psi = e^{i\gamma}\left(\nabla + i\nabla\gamma - i\frac{g}{\hbar c}\mathbf{B}\right)\psi\,. \tag{7}$$

Дирак отождествляет новый потенциал с градиентом γ, но фазовый фактор $e^{i\gamma}$ не будет менять волновую функцию только при условии кратности 2π, что заставляет написать:

$$\frac{g}{\hbar c}\oint\limits_{\Lambda\to 0}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \oint\limits_{\Lambda\to 0}\nabla\gamma\cdot d\mathbf{l} = 2\pi\cdot n \tag{8}$$

Теперь из (3), (4), (8) получается формула (1).

Вывод формулы (1) из уравнения монополя

Можно получить условие Дирака (1) из решения уравнения монополя в кулоновском поле. Доказательство получается более длинное, чем у Дирака, но логически оно проще, т.к. вытекает из условия непрерывности волновой функции относительно группы вращений.

В представлении Вейля уравнения для монополя можно записать в виде уравнений двухкомпонентных спиноров ξ, η ([5 и 8]):

$$\begin{aligned}&\left(\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial}{\partial t}-\mathbf{s}\cdot\nabla-i\frac{g}{\hbar c}\cdot\left(W+\mathbf{s}\cdot\mathbf{B}\right)\right)\xi=0\\&\left(\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{s}\cdot\nabla+i\frac{g}{\hbar c}\cdot\left(W-\mathbf{s}\cdot\mathbf{B}\right)\right)\eta=0\end{aligned}\tag{9}$$

Эти уравнения, соответственно, левое и правое, северное и южное, описывают монополь и антимонополь. С другой стороны, уравнение (2) дает:

$$B_x=\frac{e}{r}\cdot\frac{yz}{x^2+y^2},\quad B_y=\frac{e}{r}\cdot\frac{-xz}{x^2+y^2},\quad B_z=W=0\,.\tag{10}$$

Эти потенциалы отличаются калибровкой от тех, которые употреблял Дирак, но вопреки последним, они подчиняются законам симметрии Пьера Кюри для магнитного монополя. Это свойство важно не только для физики, но и для вычислений, которые благодаря этому радикально упрощаются.

Легко показать, что уравнения (9) допускают первые интегралы левого и правого кинетического момента:

$$\begin{aligned}&\mathbf{J}_\xi=\hbar\left[\Lambda^+ +\frac{1}{2}\mathbf{s}\right],\quad \mathbf{J}_\eta=\hbar\left[\Lambda^- +\frac{1}{2}\mathbf{s}\right]\\&\Lambda^\pm=\mathbf{r}\times(-i\nabla\pm D\mathbf{B})\pm D\frac{\mathbf{r}}{r},\quad\left(D=\frac{eg}{\hbar c},\ \mathbf{B}=e\mathrm{B}\right)\end{aligned}\tag{11}$$

Видно, что константа D совпадает с левой частью формулы (1) и можно доказать, что $\Lambda^\pm$ есть инфитезимальные операторы группы вращений в R^3.

Из гипотезы непрерывности волновой функции в уравнении (9) относительно группы вращений, следует, что и собственные значения $\Lambda^\pm$ будут такими же. Эти значения тождественны матричным элементам $D_j^{m',m}\left(\theta,\varphi,0\right)$ представлений группы вращений.

Поскольку оба заряда являются чисто точечными объектами и вместе образуют объект нулевой толщины, который, однако, является киральным (потому, что один из зарядов скалярный, а второй – псевдоскалярный), то можно приравнивать нулю угол собственного вращения. И мы имеем:

$$m, m' = -j, -j+1, ..., j-1, j; \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, ..., \frac{n}{2}, ... \tag{12}$$

Если выразить кинетические моменты $\Lambda^{\pm}$ при помощи углов вращения, получается тождество:

$$D = \frac{eg}{\hbar c} = m' \tag{13}$$

Итак, мы нашли формулу Дирака, но она происходит не от фазовой неопределенности, а следует из непрерывности вращений, несмотря на то, что псевдо-потенциалы имеют сингулярную линию.

В отличие доказательства Дирака, которое основано на сингулярности линии и делает из нее центральный математический объект, наше доказательство как бы стирает сингулярность благодаря непрерывности и однородности волны де Бройля, как и полагается в квантовой механике. Именно из условия непрерывности вытекает формула (13).

На самом деле, теория, основанная на уравнениях (9), сильно отличается от Дираковской, поскольку является единственной теорией магнитного монополя, автоматически соответствующей (в квантовой форме) законам Пьера Кюри, которые обычно даже не цитируются другими авторами.

С другой стороны, величина $\frac{eg}{\hbar c}$ теперь ограничена потому, что (12) влечет за собой:

$$-j \le m' \le j \tag{14}$$

Причина ограничения – геометрическая, так как можно доказать, что оба заряда (электрический и магнитный) вместе определяют угловое движение (по Пуансо) квантового симметрического волчка [7].

Проекция кинетического момента волчка на его ось симметрии равняется $m'\hbar$ и эта проекция по формуле (13) определяет заряд монополя. Таково есть физическое толкование формулы Дирака.

Несколько вопросов по поводу формул (1) и (13).

Формула (1) наводит на мысль, что заряд магнитного монополя всегда должен принимать одно из значений последовательности:

$$g = \frac{\hbar c}{e} \cdot \frac{n}{2} = e \cdot \frac{1}{2\alpha} \cdot n = e \cdot \frac{137}{2} \cdot n, \quad \left(\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \right) \tag{15}$$

Из выражения (13) мы имели бы:

$$g = \frac{\hbar c}{e} \cdot m' = e \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot m' = e \cdot 137 \cdot m', \tag{16}$$

В обоих случаях e заряд электрона и поэтому обычно говорят: заряд магнитного монополя кратен с большим коэффициентом электрическому заряду, поскольку элементарный магнитный заряд равен:

$$g_0 = 137 \cdot e \quad (j = n); \quad g_0 = 68.5 \cdot e \quad \left(j = n + \frac{1}{2} \right) \tag{17}$$

Но правильно ли так рассуждать?

1) Во-первых, монополь может взаимодействовать, например, с ядром любого атома с номером N. Тогда, по формуле (13), имеем:

$$g = \frac{\hbar c}{Ne} \cdot m' = \frac{e}{N} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot m' = \frac{e}{N} \cdot 137 \cdot m', \tag{18}$$

и заряд монополя будет делителем предыдущего заряда (16). Элементарный магнитный заряд станет:

$$g_0 = \frac{137}{N} \cdot e \quad (j = n); \quad g_0 = \frac{68.5}{N} \cdot e \quad \left(j = n + \frac{1}{2} \right) \tag{19}$$

Поскольку значение N ограничено таблицей Менделеева, то для элементарного магнитного заряда (19) неравенство $\min|g| \geq |e|$ выполняется, но отношения зарядов уже намного меньше. Что же касается максимально возможного магнитного заряда (при фиксированном значении заряда ядра N), то максимальный заряд уже не заряд Дирака, а:

$$g_{max} = 137 \cdot \frac{e}{N} \cdot j \tag{20}$$

и он будет порядка (17) только для кинетических моментов порядка $j \geq N$, которые принципиально и могут быть очень большими, но это маловероятно.

2) Если монополь находится в близи, но снаружи кластера электрических зарядов $\{e_p\}$, то предыдущие формулы сохраняются и мы получим формулу типа:

$$\frac{g \sum\limits_{p} e_p}{\hbar c} = m' \tag{21}$$

Когда сумма $\sum\limits_{p} e_p$ большая, магнитный заряд g может стать очень маленьким.

Эти примеры наводят на мысль, что очень маленькие магнитные заряды, приблизительно в α^2 раз меньше Дираковского заряда, которые наблюдал В.Ф. Михайлов ([12] – [17], [24], [25]) и до него Эренхафт [9], Фельбер [10] и Шедлинг [11], на ферромагнитных аэрозолях, не обязательно нарушают формулу Дирака – вопреки тому, как принято считать – если только смотреть на формулу Дирака в предложенном здесь, обобщенном виде.

Дирак написал по поводу экспериментов Эренхафта: «This is not a confirmation of the present theory» [2], потому, что он считал, что энергия в экспериментах с аэрозолями слишком низка для рождения монополей, которые он предвидел. Он был уверен, что рождение зарядов, которые он ожидал по формуле (1) обязательно требует высоких энергий.

Многие годы до настоящего момента Михайлов и я так же считали, что его эксперименты над аэрозолями – подобные экспериментам Эренхафта – противоречат формуле Дирака из-за малости величины магнитных зарядов, которые он обнаружил. И мы были озадачены этими результатами, поскольку были убеждены, что эта формула является неизбежным следствием электромагнетизма и квантовой теории. Несмотря на то, что вывод формул (1) и (13) совершенно верен, теперь я думаю, что их истолкование преувеличено.

Во-первых, мои уравнения (9) для монополя показывают, что монополь обладает нулевой массой, что не требует высоких энергий для его рождения. Ясно, что можно в них не верить, но даже в этом случае, я стою на том же уровне «доверительности» как и сам Дирак: эта теория пока не подтвержденна экспериментом. Однако, эксперименты Уруцкоева и его сотрудников, если не твердо доказывают существование этих монополей, то по крайней мере делают предположение существования монополей более обоснованным [18].

Однако следует учесть, что сам Дирак был озадачен (и не без основания) симметрией его формулы относительно двух зарядов и искал причину изобилия электронов в природе и скудности монополей. Поэтому он выразил гипотезу, что эта асимметрия объясняется асимметрией зарядов, и что последняя влечет за собой асимметрию в энергии рождения частиц.

Но я думаю, что уравнения (9) содержат возможность объяснить этот экспериментальный факт, не вводя вопроса энергии. Действительно, не смотря на то, что эти уравнения были в начале основаны на Дираковском уравнении электрона, они резко от него отличаются законами симметрии, поскольку оно содержит законы Кюри для магнетизма ([5] – [8]). Эта разница особенно проявляется в зарядовом операторе.

Зарядовый оператор электрона просто равняется единичному оператору, умноженному на зарядовую константу e. Антиэлектрон (позитрон) есть электрон, идущий вверх по течению времени: его зарядовый оператор отличается от предыдущего только заменой e на –e. Возможность рождения и аннигиляции электронных пар, то есть пар обратных зарядов, создает поляризацию вакуума, которая ограничена ненулевой массой электрона. Если бы эта масса была нулевой, поляризация была бы бесконечной.

Наоборот, зарядовый оператор монополя имеет определенную зарядовую константу g, которая не меняется ни при каком преобразовании P, T или C, но этот оператор имеет два киральных состояния с обратными собственными значениями +g и –g. Одно состояние соответствует монополю собственным значением, скажем, +g, и будет левым с северным зарядом. Второе состояние, анти-монополь, имеет ту же зарядовую константу g, но состояние –g, то есть будет правым монополем с южным зарядом.

Каждый из этих монополей является образом второго в зеркале: *это и есть закон Кюри, переведенный на квантовый язык.* Но в отличие от электрона, монополь и анти-монополь «видят» одно и то же направление течения времени. Тут ни вводится, ни теряется никакая энергия, нет ни рождения, ни уничтожения пар, ни поляризации вакуума.

Эти законы выражаются тем, что обмен монополя на анти-монополь получается при обмене уравнений (9). Изменение знака заряда здесь не означает изменения знака константы g, а только переход с одного собственного значения оператора на другой ([5] – [8]).

Однако следует, заметить, что каждому монополю с данной зарядовой константой g соответствует другой монополь с константой –g, но они не составляют пары монополь – анти-монополь. Они соответствуют двум разным значениям $+m'$ и $-m'$ в формуле (13), иначе говоря, двум углам Θ и $\pi - \Theta$ оси двух зарядов e и g по сравнению с кинетическим моментом. Не существует никакого оператора, который переводил бы один этот монополь в другой: они просто равно значимые частицы.

Поскольку, в отличие от электрона, здесь нет процесса рождения или аннигиляции пар монополей с обратными зарядами, нет опасности бесконечной поляризации вакуума и можно даже вообразить эфир таких монополей обоих знаков [7]. В таком эфире были бы априори всевозможные заряды, в том числе и нулевые: то есть нейтрино. Или можно сказать наоборот. Что это нейтринный эфир (как это было уже давно предложено), в котором находятся магнито-возбужденные нейтрино, и есть монополи.

Для наших лептонных монополей, коренной вопрос их рождения наверное не находится в области высокой энергии: тут, может быть, эксперименты Уруцкоева уже указали как могут рождаться такие монополи – с энергиями, равными нескольким Кэв [18]. Вдобавок, в тех же экспериментах, те измерения, которые он проводил с Ивойловым на основе эффекта Мессбауэра, наводят на мысль, что в так называемом «странном» излучении находится равное количество монополей обоих знаков. Тогда можно высказать гипотезу, о том, что в этих экспериментах на самом деле монополи не рождаются, а только проявляются из эфира.

Идея о вездесущности эфира монополей находит своего рода подтверждение в следующем факте. Несколько лет тому назад мне удалось показать, что в теории единого поля Мари – Антуанетты Тоннеля [19, 20], основанной на нейтринной теории света де Бройля, с гравитацией объединяется не обычный электромагнетизм, как это принято, а магнитный фотон [21, 22]. Этот фотон нового типа отличается от обычного электромагнитного фотона типом симметрии. Я показал, что магнитный фотон на самом деле уже был включен в теорию света де Бройля в виде другого «склона» теории. Из этого следует, что естественный соратник гравитона не электрический фотон, а магнитный, что явно согласовывается с идеей о монопольном эфире потому, что монополи именно «видят свет» через эти магнитные фотоны. Можно заметить, что формула (2) $\mathbf{E} = \mathrm{rot}\mathbf{B}$, находится в этой теории и интересно то, что она уже находилась у де Бройля в 1940-ом году в его теории света.

Теперь, если вернуться к экспериментам над аэрозолями, в них остается одна загадка. Имеет ли полученное значение для магнитного заряда универсальное значение или связано ли оно только с этими экспериментами (облучение ферромагнитного аэрозоля ярким светом лазера или дуги)? И после всего выше сказанного можно ли все же утверждать, что формула (1) Дирака определяет заряд магнитного монополя?

Что касается второй гипотезы, по-моему, ответ отрицательный. А что касается первой, то нет ответа потому, что это пока единственное измерение магнитного заряда.

Во всяком случае, можно утверждать, что магнитный монополь совсем не обычная частица, не столько из-за его заряда, сколько из-за его киральности (которую описывают только уравнения (9)). Потому, что именно киральность магнитного заряда и некиральность электрического создают такое состояние, что монополь единственная частица, у которой один из основных параметров – ее заряд, имеет двойное, противоречивое свойство: сохраняться (в следствие уравнений (9)) и зависеть от взаимодействий. Действительно, с одной стороны, заряд g ведет себя как обыкновенная константа, определенная только экспериментом и не ограниченная никаким теоретическим условием (так будет в магнитном или в непрерывном электрическом поле), а с другой стороны этот магнитный заряд связан с электрическим зарядом условиями типа (1) или (13) по причинам симметрии (это будет в кулоновском поле) и тогда заряд становится квантовым числом.

Добавим еще один вопрос. Если мы отказываемся по вышесказанным причинам от идеи, что первая встреча монополя с неподвижным электрическим зарядом определяет навсегда значение магнитного заряда, то, что мы скажем в следующем случае: после первой такой встречи монополь отдаляется все больше и больше с тем же магнитным зарядом по закону сохранения и потом встречает другой Кулоновский центр, который может иметь совсем новый электрический заряд?

Я пока вижу только три возможности:

1. Либо монополь, приближаясь к новому электрическому заряду, сохраняет свой магнитный заряд и тогда он нарушает условие непрерывности волны.

2. Либо заряд монополя претерпит квантовый переход к новому магнитному заряду, соответствующему новому электрическому заряду. В этом случае, если оба Кулоновских центра очень далеки один от другого, то все пройдет очень гладко потому, что амплитуда волны убывает с расстоянием как r^{-1} и нужно будет сцепить почти нулевые волны. Но, если электрические заряды находятся ближе один к другому, то сцепление волн приводит к новой задаче потому, что меняются одновременно внешние условия и структура частицы.

3. И, наконец, мы можем видеть в уравнениях (9) новую задачу «молекулярного типа» – одного монополя вблизи двух кулоновских центров. Эта задача находится на стадии вычислений.

Литература

1. P.A.M. Dirac, Quantised singularities in the Electromagnetic Field, Proc. Roy. Soc., A 133, 1931, p. 60.
2. P.A.M. Dirac, The Theory of Magnetic Poles, Phys. Rev., 74, 1948, p. 817.
3. P.A.M. Dirac, The Monopole Concept, 17, N°4, 1978, p. 235.
4. P.A.M. Dirac, Directions in Physics, John Wiley & Sons, N.Y., London, Sidney, Toronto, 1978.
5. G. Lochak, Sur un monopôle de masse nulle décrit par l’équation de Dirac, et sur une équation générale non linéaire qui contient des monopôles de spin 1/2, Annales de la Fondation Louis de Broglie, 8, 1983, p. 345 (I). 9, 1984, p. 5 (II).
6. G. Lochak, Wave equation for a magnetic monopole, IJTP, 24, 1985, p. 1019.
7. G. Lochak, The Symmetry between Electricity and Magnetism and the Problem of the Existence of a Magnetic Monopole, contribution au recueil: Advanced Electromagnetism, Ed. T.W. Barrett, D.M. Grimes, World Scientific, Singapore, 1995, p. 105-148.
8. G. Lochak, Un lepton magnétique capable d’intervenir dans les interactions faibles, Annales de la Fondation Louis de Broglie, 27, 2002, p. 727, О возможности легкого лептонного магнитного монополя, способного влиять на слабые взаимодействия, Прикладная Физика, 2003, В.3, стр. 10.
9. F. Ehrenhaft, Phys. Zs. 31, 1930, p. 478.

10. J. A. Schedling, Acta Physica Austriaca, 4, I950, p. 98.
11. J.A. Ferber, Acta Physica Austriaca, 4, 1950, p. 133.
12. V. F. Mikhailov, Phys. Letters, 130B, 1983, p. 331.
13. V. F. Mikhailov, J. Phys. A, Math. Gen., 18, 1985, p. 903.
14. V. F. Mikhailov, Annales de la Fondation Louis de Broglie, 12, 1987, p. 491.
15. V. F. Mikhailov, L. I. . Mikhailova, J. Phys.A, Math. Gen., 23, 1990, p. 53.
16. V. F. Mikhailov, , J. Phys.A, Math. Gen., 24, 1991, p. 53.
17. V.F. Mikhailov, Light, microparticles and magnetic charge phenomenon, in *Courants, Amers, Ecueils en Microphysique*, p. 279, Ed. Fondation Louis de Broglie, Paris, 1993.
18. Уруцкоев Л.И., Ликсонов В.И., Циноев В.Г. «Экспериментальное обнаружение «странного» излучения и трансформации химических элементов», Прикладная физика, 2000. В.4. С.83-100, Annales de la Fondation Louis de Broglie, Observation of transformation of chemical elements during an electric discharge 27, 2002, p.699.
19. M.A. Tonnelat, Une nouvelle forme de théorie unitaire: étude de la particule de spin 2, Annales de Physique, 17, 1942, p. 158.
20. L. de Broglie, Théorie générale des particules à spin, Gauthier-Villars, Paris, 1943.
21. G. Lochak, Sur la présence d'un second photon dans la théorie de la lumière de de Broglie, Annales de la Fondation Louis de Broglie, 20, 1995, p. 111.
22. Th. Borne, G. Lochak, H. Stumpf, Nonperturbative Quantum Field Theory and the Structure of Matter, Kluwer, Dordrecht, 2001.
23. L. de Broglie, Une nouvelle théorie de la lumière, Hermann, Paris, I-1940, II-1942.
24. V.F. Mikhailov, Six experiments with magnetic charge, in "Advanced Electromagnetism: Fondation, Theory and Applications, editors: T.W.Barrett and D.M.Grimes, World Scientific, pp. 593-619, 1995.
25. V.F. Mikhailov, Further evidence for magnetic charge from aerosol experiments, AFLB, v. 23, no 2, pp.98-101, 1998

ABSTRACT

After a brief survey of Dirac's formula, some questions are asked, tending to show that the conclusions concerning the magnetic charge are not general. The monopole charge is not so rigidly fixed as it is believed and it can take a more extended range of values, some can be even very small.